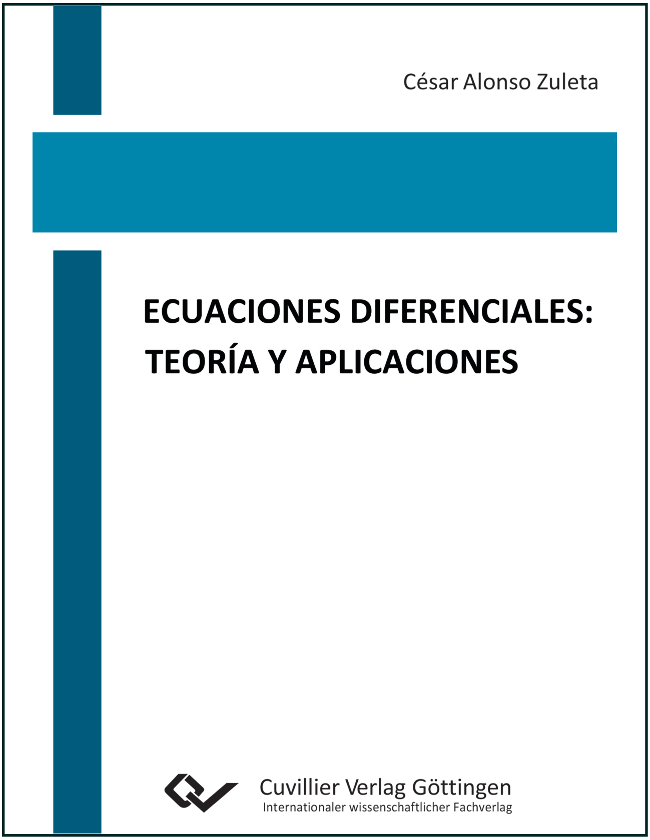
César Alonso Zuleta (Autor)

Ecuaciones Diferenciales: Teoría y Aplicaciones



https://cuvillier.de/de/shop/publications/7857

INTRODUCCIÓN

El presente libro es el resultado de muchos años de trabajo e investigación fruto de los estudios realizados en Hungría siendo estudiante de la Universidad Eötvös Loránd de Budapest, y aplicados en algunas universidades de Ecuador donde he dictado las asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral, y naturalmente Ecuaciones Diferenciales.

En el momento de escribir este libro, pensé en una frase que un colega mío me lo dijo una vez: no sé para qué sirven las tres asignaturas anteriormente nombradas en los estudios universitarios. Entonces me propuse hacer entender que detrás de las ecuaciones diferenciales está lo más íntimo de la ciencia. Con ellas se han dado pasos enormes en el transcurso de la historia de las Matemáticas para luego aplicarlas en casi todas las ciencias llamadas fuertes, sino pensemos en la Informática, la Medicina, la Física y en general todas las ramas de la ingeniería. El objetivo principal de la publicación de este libro es proveer de un instrumento útil y práctico en el estudio de las

Ecuaciones Diferenciales para el estudiante universitario ecuatoriano.

El libro está formado a base de una recopilación de la materia de Ecuaciones Diferenciales presenciada en la Universidad de Ciencias Eötvös Loránd de Budapest-Hungría.

El libro está estructurado de tal manera que puede ser utilizado por estudiantes de ingenierías en general, de manera especial para las ingenierías de Ciencias Ambientales y Agropecuaria en la Pontificia Universidad Católica del Ecuador quienes ya han cursado las cátedras de Cálculo Diferencia e Integral.

Se encuentra dividido en grandes capítulos, tratando de abarcar elementos claves dentro del estudio de las Ecuaciones Diferenciales. En cada capítulo se exponen los casos especiales de ocurrencia y solución de las ecuaciones en forma de solución general, y en los casos dados, la solución particular. También se presentan ejercicios resueltos con su explicación detallada y, para la práctica autónoma del estudiante, se proponen ejercicios para ser resueltos de manera individual.

En el Capítulo 1 se hacer referencia a conceptos básicos que el lector debe tomar en cuenta para poder identificar una ecuación diferencial. El Capítulo 2 está relacionado con las distintas clasificaciones de las ecuaciones diferenciales. El Capítulo 3 se compone de exteriorización de las ecuaciones diferenciales hacia un campo de “n” variables. En el Capítulo 4 se trata de las ecuaciones diferenciales explícitas de primer orden. El Capítulo 5 está dedicado a una explicación detallada del cómo afrontar el problema de valores iniciales, tan importante en disciplinas científicas como es en la Meteorología, en la Física Atómica, en los cálculos de energía, etc. Los Capítulos 6, 7, 8 y 9 se centran en el estudio de las ecuaciones diferenciales exactas, y ecuaciones diferenciales de coeficiente constante de primer orden, respectivamente, así como también nos ocupamos de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden. También se agrega un capítulo correspondiente a la aplicación de las ecuaciones diferenciales parciales, principalmente para mostrar la necesidad de ellas en la Meteorología, siendo éste el último capítulo del libro, el capítulo 10.

Además, se muestra un glosario de abreviaciones, un diccionario de expresiones matemáticas en tres idiomas: español, inglés y húngaro.

CAPÍTULO 1

CONCEPTOS BÁSICOS

1.1. Introducción

Las ecuaciones diferenciales son utilizadas en muchos campos de la ciencia. En 1693 Huygens habla explícitamente de ecuaciones diferenciales, en el mismo año, Leibniz dice que las ecuaciones diferenciales son funciones de elementos del triángulo característico. Más tarde, Bernoulli también publica sobre las ecuaciones diferenciales, junto con los dos matemáticos señalados arriba, pero de forma independiente cada uno. Luego a través de los años se ha ido aumentando el valor de ellas en la aplicación para solucionar problemas en todos los campos de las ciencias.

1.2. Nociones Básicas

Ecuación diferencial es llamada una ecuación donde aparecen derivadas. Explicando en detalles, esto significa que pueden aparecer:

- Constantes

- Funciones de una o más variables, una función o funciones de ella

Pero en la ecuación diferencial tienen que aparecer las derivadas ordinarias o parciales de la función o funciones mencionadas

a) Si aparece una sola variable, entonces la derivada se llama ordinaria, y la ecuación*, ecuación diferencial ordinaria*

Ejemplos:

1. $\frac{dy}{dx} = x^2 + 4$

2. $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} - y = 0$

3. $\mathrm{y}'' = \mathrm{y}'\mathrm{senx} - \mathrm{cosx}$

4. $y'^2 y - senx = 0$

5. $y''' + 2y'^2 + y' = e^x$

6. $y''^3 + y'^2 + 3y = 0$

b) Si aparecen dos o más variables, entonces las derivadas se llaman derivadas parciales, y la ecuación, *ecuación diferencial parcial*

Ejemplos:

7. $\frac{\partial u}{\partial x} + \boldsymbol{\frac{\partial u}{\partial y}} + \boldsymbol{\frac{\partial u}{\partial z} = 0}$

8. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x$

Si el número de las funciones desconocidas es mayor de uno, entonces tenemos un sistema de ecuaciones diferenciales (éstas pueden ser ordinarias o parciales).

Ejemplo:

$$\frac{dy_1}{dx} = y_2, \qquad \frac{dy_2}{dx} = y_1$$

Las ecuaciones diferenciales se producen en la mayoría de las veces que, durante la descripción o investigación de problemas geométricos, físicos, químicos, técnicos, biológicos, tecnológicos, económicos, encontramos relaciones entre las funciones desconocidas y sus derivadas.

Nota: en el momento de la determinación de las relaciones, o en el momento de la descripción de las ecuaciones diferenciales, vamos a utilizar a veces la denominación de derivadas, u otras veces diferenciales.

La misma ecuación en cuestión se puede escribir así:

$$y' = \frac{y}{x} + 1$$

o,

$$xdy = (y + x)dx$$

CAPÍTULO 2

CLASIFICACIÓN DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES

2.1. ORDEN

El orden de una ecuación diferencial es igual al número de orden de la derivada con el mayor grado

Primer Orden: de los ejemplos anteriores, las ecuaciones 1. y 7.

1. $\frac{dy}{dx} = x^2 + 4$

7. $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\boldsymbol{\partial u}}{\boldsymbol{\partial y}} + \frac{\boldsymbol{\partial u}}{\boldsymbol{\partial z}} = \mathbf{0}$

Segundo Orden: de los ejemplos anteriores, las ecuaciones 2., 3.

2. $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} - y = 0$

3. y'' = y'senx – cosx

Tercer Orden:

5. $y''' + 2y'^2 + y' = e^x$

2.2. ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES

La función desconocida y sus derivadas aparecen en potencia 1, y no existe multiplicación

2.3. ECUACIONES DIFERENCIALES NO LINEALES

Todas las otras funciones que no sean lineales.

2.4. HOMEGENEIDAD

a) La ecuación diferencial se llama *no homogénea* si en ella hay un miembro que es constante, o en la que sólo aparece la variable independiente

Ejemplos:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} - y = x$$

$$y" + 3y' + 4y = senx$$

b) La ecuación diferencial se llama *homogénea* si en ella no sucede lo del punto a).

Ejemplos:

2. $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} - y = 0$

$$y'' + 3y' + 4y = 0$$