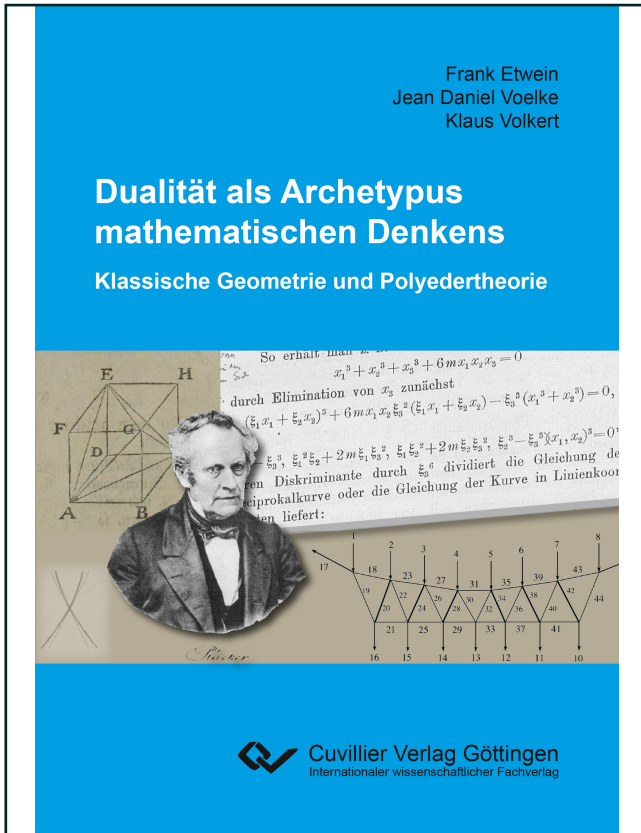




Frank Etwein (Autor)  
Jean Daniel Voelke (Autor)  
Klaus Volkert (Autor)

# Dualität als Archetypus mathematischen Denkens

## Klassische Geometrie und Polyedertheorie



<https://cuvillier.de/de/shop/publications/8075>

Copyright:  
Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen,  
Germany  
Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: [info@cuvillier.de](mailto:info@cuvillier.de), Website: <https://cuvillier.de>



## Inhaltsverzeichnis

|  |            |
|--|------------|
| <b>Einleitung</b> .....  | <b>11</b>  |
| <b>1. Vorgeschichte</b> .....  | <b>15</b>  |
| 1.1. Polyedertheorie .....   | 15         |
| 1.1.1. Die Antike .....  | 16         |
| 1.1.2. Mittelalter und frühe Neuzeit .....   | 22         |
| 1.1.3. Die Eulersche Polyederformel .....  | 33         |
| 1.2. Sphärische Geometrie .....  | 38         |
| 1.2.1. Pol, Polare, Dualität in der sphärischen Geometrie .....  | 38         |
| 1.2.2. Polarität in der sphärischen Geometrie .....  | 42         |
| 1.2.3. Un premier exemple de dualité:<br>le triangle polaire en géométrie sphérique .....  | 56         |
| 1.3. Les origines de la théorie des polaires réciproques .....   | 89         |
| 1.3.1. Les origines de la théorie des pôles et polaires: La Hire .....   | 89         |
| 1.3.2. Les origines de la théorie des polaires réciproques: Monge et Livet .....   | 91         |
| 1.3.3. Brianchon .....   | 97         |
| <b>2. Frühgeschichte</b> .....   | <b>111</b> |
| 2.1. Gergonne .....  | 112        |
| 2.2. Apparition des notions de pôle et polaire et reconnaissance de situations<br>duales dans les premiers numéros des Annales de mathématiques<br>pures et appliquées de Gergonne ..... | 131        |
| Anlage: Tabellarische Übersicht zum Auftreten der Dualität<br>in Gergonne's Annales .....  | 141        |
| 2.3. La théorie des polaires réciproques de Poncelet .....   | 147        |
| 2.4. La théorie des polaires réciproques chez Bobillier .....  | 171        |



|  |            |
|--|------------|
| <b>3. Ausbau der projektiven Geometrie nach Gergonne und Poncelet .....</b>  | <b>189</b> |
| 3.1. Synthetische Richtung .....   | 190        |
| 3.1.1. Steiner .....   | 191        |
| 3.1.2. Von Staudt.....   | 194        |
| 3.1.3. Kegelschnitte und Dualität.....   | 202        |
| 3.1.4. Chasles und die Dualität.....   | 207        |
| 3.1.5. Spätere Autoren (Reye, Hankel, Cremona).....  | 211        |
| 3.1.6. Fiedler und die Dualität.....   | 227        |
| 3.1.7. Konstruktion der Cayley-Metrik oder<br>Warum gibt es überhaupt Dualität in der projektiven Geometrie? ..... | 230        |
| 3.2. Analytische Richtung.....   | 235        |
| 3.2.1. Théorie des pôles et polaires, principe de dualité<br>et correspondance réciproque chez Möbius.....         | 235        |
| 3.2.2. Dualität in der analytischen projektiven Geometrie bei Möbius .....   | 245        |
| 3.2.3. Réciprocité et dualité dans les premiers travaux de Plücker .....   | 263        |
| 3.2.4. Das Prinzip der Reziprozität bei Plücker .....  | 279        |
| 3.2.5. Reziprozität im Werk von Ludwig Otto Hesse .....  | 318        |
| 3.2.6. „Dualistisches“ bei Alfred Clebsch .....  | 343        |
| 3.2.7. Dualität als architektonisches Prinzip: Kurven- und Flächentheorie .....                                    | 357        |
| 3.2.8. Das Hessesche Übertragungsprinzip .....   | 378        |
| <b>4. Polyedertheorie im 19. und 20. Jahrhundert .....</b>   | <b>387</b> |
| 4.1. Morphologie der Polyeder .....  | 388        |
| 4.1.1. Die regulären Sternpolyeder.....  | 388        |
| 4.1.2. Dual-archimedische Körper .....   | 402        |
| 4.1.3. Einseitige Polyeder und duale Ausdrücke .....   | 408        |
| 4.1.4. Gleicheckige und gleichflächige Polyeder .....  | 417        |
| 4.1.5. Zusammenfassung zur Theorie der Polyeder.....   | 429        |
| 4.2. Symmetrie und Dualität.....   | 440        |
| 4.3. Dualisierbarkeit von Polyedern .....  | 470        |
| 4.4. Dualität bei Polytopen .....  | 521        |
| 4.5. Polyeder. Kombinatorisch .....  | 526        |



|  |                |
|--|----------------|
| <b>5. Entwicklungen im 20. Jahrhundert .....</b>   | <b>533</b>     |
| 5.1. Dualität, elementar und vektoriell .....  | 533            |
| 5.2. Dualität und lineare Algebra:<br>Böcher (1910) und Schreier-Sperner (1931/1935) ..... | 536            |
| 5.3. Reinhold Baer und der wahre Grund der projektiven Dualität .....                      | 540            |
| 5.4. Dualität und Axiomatik .....  | 551            |
| 5.4.1. Pasch .....   | 551            |
| 5.4.2. Axiomatik in Italien .....  | 559            |
| 5.4.3. Veblen-Young .....  | 565            |
| <br><b>6. Dualität in der graphischen Statik .....</b>                                     | <br><b>571</b> |
| 6.1. Seil- und Kräftepolygon .....   | 573            |
| 6.2. Stabnetze/Fachwerke .....   | 576            |
| 6.3. Rankine-Maxwell Reziprozität .....  | 578            |
| 6.4. Culmanns Reziprozität von Seil- und Kräftepolygon .....                               | 585            |
| 6.5. Kleiner Exkurs: Nullsysteme .....   | 590            |
| 6.6. Cremonas <i>Figure reciproche nella statica grafica</i> .....                         | 592            |
| 6.7. Abschließende Bemerkungen .....   | 596            |
| <br><b>Epilog. Die Nagel-These .....</b>   | <br><b>601</b> |