

Christian Heister (Autor)

Effiziente Methoden zur Auslegung und Berechnung mehrphasiger flussmodulierter elektrischer Maschinen am Beispiel der Flux-Switching-Maschine



https://cuvillier.de/de/shop/publications/8562

Copyright:

Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentzsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen, Germany Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: info@cuvillier.de, Website: https://cuvillier.de

1. Einleitung

Die zunehmende Emission von Treibhausgasen und die damit verbundene globale Erwärmung hat die Nachfrage nach Synchronmaschinen mit Permanentmagneterregung begünstigt. Sie zeichnen sich gegenüber Asynchronmaschinen und fremderregten Synchronmaschinen durch eine gestiegene Energieeffizienz und Leistungsdichte aus. Ihr Funktionsprinzip basiert in den meisten Fällen, neben der optionalen Ausnutzung eines Reluktanzmomentes, vor allem auf den direkten Interaktionen von magnetischen Feldwellen infolge der Erregung durch Permanentmagnete und solcher, welche durch eine im Allgemeinen mehrphasige Drehstromwicklung eingebracht werden. Stimmen beide Wellenpaare in Polpaarzahl und Geschwindigkeit überein, so resultiert ein zeitlich konstantes Drehmoment.

Eine Unterkategorie der Synchronmaschinen stellen flussmodulierte Maschinen dar. Sie zeichnen sich dadurch aus, dass das durch Permanentmagnete oder Fremderregung eingebrachte Erregerfeld von dem durch die Statorwicklung hervorgerufenen Ankerfeld hinsichtlich der Polpaarzahl und der Geschwindigkeit abweicht. Dass sich mit solchen Anordnungen trotzdem ein Drehmoment realisieren lässt, ist einem Modulator zu verdanken, welcher die beiden Felder unterschiedlicher räumlicher und zeitlicher Ordnungszahlen transformiert. Damit fällt eine Vielzahl an Maschinentopologien, wie die Vernier-Maschine, die Flux-Switching-Maschine, die Flux-Reversal-Maschine und die Transversalflussmaschine, welche auf dem ersten Blick scheinbar wenig miteinander gemein haben, in diese Unterkategorie, da sie auf dem gleichen Funktionsprinzip basieren. [1] zeigt wie sich ihre Funktionsweise auf ein gemeinsames Grundmodell zurückführen lässt.

Insbesondere die Flux-Switching-Maschine mit Permanentmagneterregung hat aufgrund ihrer hohen Drehmomentdichte, ihres hohen Wirkungsgrades und ihres mechanischen robusten Rotors sowie der guten Kühlanbindung der Aktivteile, welche sich allesamt im Stator befinden, in den letzten Jahren zunehmend Aufmerksamkeit in der Wissenschaft erfahren und kann einen Beitrag zur Erhöhung der Energieeffizienz leisten. Dabei ist die Auslegung der Drehstromwicklung eine besondere Herausforderung. Sie wird zumeist auf Basis des Prinzips des magnetischen Getriebes anhand eines über den Modulator in Beziehung gesetzten Paares an Ordnungszahlen ausgelegt [2]. Allerdings zeigen Untersuchungen in [3] das Vorliegen weiterer drehmomentbildender Ordnungszahlen, welche nicht explizit in den Auslegungsprozess der Wicklung einbezogen werden. Ferner thematisiert die Mehrheit der bisher veröffentlichten Arbeiten die Wicklungsauslegung dreiphasiger Maschinen, während mehrphasige Maschinen kaum behandelt werden. Zudem existieren kaum Arbeiten, bei denen sämtliche ausführbare Topologien in optimierter Form verglichen werden. In dieser Arbeit soll eine Methode entwickelt werden, die zur weitgehend automatisierten Durchführung von Topologiestudien flussmodulierter Maschinen fähig ist und dem Nutzer in Abhängigkeit der von ihm vorgegebenen Randbedingungen sämtliche Topologien optimal auslegt sowie die bewertungsrelevanten Größen berechnet. Sie wird in dieser Arbeit auf Basis der Flux-Switching-Maschine motiviert, entwickelt, in Software umgesetzt und evaluiert, kann aber aufgrund des eingangs geschilderten Funktionsprinzips unter Anpassungen der Geometrie auch für weitere Topologien flussmodulierter Maschinen eingesetzt werden, wobei hier stets von rotierenden Maschinen ausgegangen wird. Zur Realisierung der geschilderten Zielsetzung ergibt sich das in Abb. 1.1 dargestellte Konzept, welches die Struktur der Arbeit determiniert und im Folgenden kurz vorgestellt wird.

Die Entwicklung einer zielorientierten Methode bedarf einer eingehenden Analyse. Dem trägt das zweite Kapitel Rechnung. Nach einer kurzen Einführung der Flux-Switching-Maschine wird eine Erweiterung der Drehfeldtheorie zur Darstellung von harmonischen Effekten hergeleitet, wobei diese direkt für mehrphasige Drehstromwicklungen formuliert wird. Sie wird bewusst allgemeingültig formuliert und kann damit auch für Untersuchungen harmonischer Effekte konventioneller Maschinen herangezogen werden. Abschließend wird sie verwendet, um das Funktionsprinzip der Flux-Switching-Maschine anhand der Entwicklung eines einfachen aber weitreichend gültigen Modells zu untersuchen.

Auf Basis der Erkenntnisse des vorhergehenden Kapitels werden im dritten Kapitel Methoden zur Wicklungsauslegung aus der Literatur bewertet und anschließend wird eine eigene Methode entwickelt, welche in der Lage ist, sämtliche elektromagnetische Feldwellen ins Design einzubeziehen und die Wicklung automatisiert hinsichtlich einer zugrunde gelegten Zielfunktion auszulegen. Da sie auf den magnetischen Flüssen in der Maschine basiert, ist ein Berechnungsverfahren erforderlich, welches diese schnell und hinreichend genau ermittelt. Dem trägt das vierte Kapitel Rechnung, in dem aus der Literatur bekannte Berechnungsansätze vorgestellt und vor dem Hintergrund einer Eignung zum Einsatz im Rahmen der zu erarbeitenden Methode zur Topologieoptimierung analysiert werden.

Im fünften Kapitel erfolgt die Entwicklung eines generischen Maschinenmodells. Es soll nach Vorgabe einer Geometrie die notwendigen Gleichungen automatisiert aufstellen, lösen und dem Anwender zur Bewertung des Designs erforderliche Größen wie Spannungen und Drehmomente liefern. Besondere Anforderungen vor dem Hintergrund der Flux-Switching-Maschine sind dabei die explizite Berücksichtigung von Sättigungs- und Nutungseffekten. Im Hinblick auf die Vielzahl an zu untersuchenden Topologien wird gesteigert Wert auf die Recheneffizienz gelegt, weshalb zu Beginn Anforderungen an effizient zu lösende Gleichungssysteme herausgearbeitet werden. Eine Herausforderung stellt die Modellierung des Luftspalts dar, für welchen mehrere eigene Implementierungsvarianten hergeleitet bzw. aus der Literatur entnommene bewertet und analysiert werden. Im sechsten Kapitel erfolgt die Evaluation des entwickelten und in Software umgesetzten Maschinenmodells und es wird die endgültige Wahl der Variante zur Modellierung des Luftspalts getroffen. Die Feldlösungen werden eingehend validiert und die Recheneffizienz des Gesamtverfahrens wird bewertet.

Im siebten Kapitel wird die Methode zur Wicklungsauslegung mit dem generischen Maschinenmodell zu einer Toolkette kombiniert. Es werden Randbedingungen für eine konkrete Topologiestudie festgelegt. Anschließend werden mit Verwendung der entwickelten Methoden für einen gegebenen Bauraum unter Einhaltung von thermischen Randbedingungen sämtliche sinnvollen und ausführbaren Topologien mit drei bis zwölf Phasen ausgelegt, miteinander verglichen und analysiert.





2. Flux-Switching-Maschinen im Kontext der Drehfeldtheorie

Im folgenden Kapitel wird die Drehfeldtheorie mehrphasiger Maschinen unter Berücksichtigung von harmonischen Effekten durch Nutung und Wicklungsharmonischen eingeführt und ihre Aussagekraft für die Behandlung von Flux-Switching-Maschinen untersucht. Hierzu wird zuerst die Flux-Switching-Maschine behandelt. Anschließend erfolgt die Herleitung einer Erweiterung der Drehfeldtheorie zur Beschreibung mehrphasiger elektrischer Maschinen unter Berücksichtigung von harmonischen Effekten. Sie wird im Rahmen einer 1D-Feldberechnung unter der expliziten Berücksichtigung von Nutungseffekten hergeleitet und ist allgemeingültig. Anschließend erfolgt die Anwendung auf die Flux-Switching-Maschine, um ihr Funktionsprinzip herauszuarbeiten. Die Ergebnisse dieser Analyse bilden das Fundament für das weitere Vorgehen.

2.1. Flux-Switching-Maschine

Zur Einordnung der Flux-Switching-Maschine in die klassische Drehfeldtheorie ist es naheliegend, zuerst kurz auf die Geometrie einzugehen. In der Literatur finden sich unzählige Varianten der Flux-Switching-Maschine. Auch wenn in [4] eine Variante der Flux-Switching-Maschine mit Magneten im Rotor beschrieben wird, ist meist eine Bauweise gemeint, bei welcher sich sämtliche Aktivmaterialien, d.h. Wicklungen und Permanentmagnete, im Stator befinden. Die wohl geläufigste Bauform einer dreiphasigen Flux-Switching-Maschine, wie sie 1997 in [5] erstmalig beschrieben wurde, soll hier kurz vorgestellt werden. Darüber hinaus soll eine intuitiv leicht verständliche Erklärung des Funktionsprinzips gegeben werden. Abschließend wird die Flux-Switching-Maschine qualitativ bewertet.

2.1.1. Bauform

Bei der verbreitetsten Bauform der Flux-Switching-Maschine, welche Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit ist, werden die Magnete am Stator angebracht. Diese Bauform kann in der Ausführung mit $N_s = 12$ Statornuten und $N_r = 10$ Rotornuten der Abb. 2.1 entnommen werden und wird in der Literatur auch als *U-Kern* bezeichnet. Sie enthält tangential aufmagnetisierte Magnete, welche sich jeweils zwischen zwei U-förmigen Statorelementen befinden, wobei die Magnetisierungsrichtung aufeinanderfolgender Magnete alternierend ist. In der Abbildung sind die Magnete je nach Polarität grün und rot eingezeichnet und ihre Magnetisierungsrichtungen sind durch Pfeile gekennzeichnet. Ferner befindet sich im Stator eine Drehstromwicklung, die jeweils in den Nuten in der Mitte der U-förmigen Statorelemente eingelassen ist, welche mit sinusförmigen Strömen gespeist wird. Stator und Rotor bestehen aus Elektroblechen mit einer hohen magnetischen Leitfähigkeit.



Abbildung 2.1.: Flux-Switching-Maschine in konventioneller Ausführung mit $N_s = 12$ Stator- sowie $N_r = 10$ Rotorzähnen inkl. Wicklung mit 4 Statorpolpaaren

2.1.2. Intuitives Funktionsprinzip

Folgend soll ausgehend von dem Prinzip elektromagnetischer Energieumwandlung das grundlegende Funktionsprinzip der Flux-Switching-Maschine interpretiert werden. Grundsätzlich ist das Energieumwandlungsprinzip aller Generatoren, welche auf elektromagnetischer Induktion basieren, identisch: Durch mechanische Leistung wird eine Flussänderung in einer Spule bewirkt, welche nach dem Faradayschen Induktionsgesetz eine Spannung in dieser bewirkt. Im Falle vieler Wandler wird dabei die magnetische Erregung in Form von Permanentmagneten oder Erregerspulen relativ zur Reaktionsspule bewegt. Bei Flux-Switching-Maschinen bleibt die Erregung ortsfest, aber durch den Rotor wird der statorseitigen Erregung ein magnetischer Rückschluss mit in Bewegungsrichtung variierender magnetischer Leitfähigkeit angeboten, welcher positionsabhängig einen variierenden Rückschluss darstellt.

Das grundlegende Funktionsprinzip ist in Abbildung 2.2 illustriert. Zur Vereinfachung wird eine beliebige Spule ausgewählt. Die Verläufe des Flusses und der in der Spule induzierten Spannung können den Graphen der rechten Seite entnommen werden. Bei Position a) stehen sich Statornuten und Rotorzähne gegenüber und der magnetische Widerstand ist maximal. Folglich verschwindet der magnetischen Fluss durch die eingezeichnete Spule bei dieser Rotorposition. Bewegt sich der Rotor im mathema-



Abbildung 2.2.: Funktionsprinzip einer Flux-Switching-Maschine

tisch positiven Sinne weiter zu Position b), so sind Stator- und Rotorzähne zueinander ausgerichtet. Der magnetische Widerstand ist minimal und es bildet sich der gekennzeichnete magnetische Fluss aus. Der mit der Spule verkettete Fluss erreicht sein Maximum. Bei Position c) weist der Rotorzahn auf eine Statornut, in welcher sich ein Magnet befindet. Der magnetische Widerstand ist wieder maximal und der verkettete Fluss hat einen Nulldurchgang. Schließlich erreicht der Rotor bei Position d) wieder eine Position, in der die Rotorzähne auf die Statorzähne ausgerichtet sind. Es resultiert ein gegenüber Position b) betragsmäßig identischer Fluss mit umgekehrter Polarität. Die induzierte Spannung lässt sich durch Ableitung des verketteten Flusses nach der Zeit bestimmen. Da dieser sinusförmig ist, ist die Spannung kosinusförmig.

2.1.3. Bewertung des Konzeptes der Flux-Switching-Maschine

Die soeben eingeführte Bauform weist gegenüber Bauformen mit auf dem Rotor angebrachten Permanentmagneten eine Reihe von Vorteilen auf. So zeichnet sie sich infolge des Flusskonzentrationseffektes der in die Statorzähne eingeschobenen Magnete durch eine hohe Drehmomentdichte aus. Dies wird durch eine implizite Verwendung des Konzeptes eines magnetischen Getriebes unterstützt. Darüber hinaus erweist sich die Bauform mechanisch als sehr robust, da der Rotor ausschließlich aus gestanzten laminierten Elektroblechen besteht und so Zentrifugalkräften infolge von hohen Umfangsgeschwindigkeiten bei hohen Drehzahlen gut widerstehen kann. Da die Permanentmagnete statorseitig verbaut werden, müssen für diese auch keine sonst üblichen Maßnahmen, wie eine Bandage oder Magnettaschen zum Schutz vor Zen-

trifugalkräften, getroffen werden. Diese haben i.d.R. nicht zu vernachlässigende Auswirkungen auf das elektromagnetische Design. So führt die Auslegung einer Bandage aus Carbonfasern bei einer permanentmagneterregten Synchronmaschine mit Oberflächenmagneten für eine Hochdrehzahlanwendung in [6] infolge einer Vergrößerung des magnetisch wirksamen Luftspalts zu einer Reduktion des Erregerflusses um 33%. In letzter Konsequenz resultieren dreimal höhere Kupferverluste gegenüber der ebenfalls in [6] ausgelegten Flux-Switching-Maschine bei gleichem Drehmoment. Für den Einsatz von Flux-Switching-Maschinen für Anwendungen bei höheren Drehzahlen spricht zudem ihre gute Feldschwächbarkeit. Sie ist grundsätzlich vergleichbar mit der Feldschwächbarkeit einer Maschine mit vergrabenen Magneten und kann gegenüber dieser sogar Vorteile aufweisen [7]. Weitere Vorteile ergeben sich durch die gute thermische Anbindung der Aktivteile an die Kühlung. Temperaturempfindlich in elektrischen Maschinen sind vor allem die Wicklungsisolation hinsichtlich ihrer Lebensdauer und die Permanentmagnete aufgrund eines steigenden Risikos zur Entmagnetisierung bei hohen Temperaturen. Da sich alle temperaturempfindlichen Bauteile im Stator befinden, sind diese thermisch hervorragend an die Kühlung angebunden. Weiterhin erweist sich die maschineninhärente sinusförmige Flussverkettung als vorteilhaft und erklärt zum Teil die grundsätzlich hohe Drehmomentengüte. Darüber hinaus führen rein auf das mittlere Drehmoment optimierte Maschinen häufig schon zu kleinen Rastmomenten [8]. Bei konventionellen Maschinentopologien teilweise notwendige und kostenintensive Maßnahmen zur Reduktion von Drehmomentschwankungen, wie eine Rotor- oder Statorschrägung, sind deshalb in vielen Fällen nicht erforderlich.

Den Vorteilen stehen auch nachteilige Aspekte gegenüber, welche bei einer Auswahl des Maschinentyps berücksichtigt werden müssen. Die Unterbringung sämtlicher Aktivteile im Stator führt zu einer begrenzten Querschnittsfläche des Eisens im Stator und erhöht dort in letzter Konsequenz die Sättigung. Aufgrund des bereits im Nennbetrieb hohen Sättigungszustandes ist die Überlastbarkeit, also der Betrieb mit einem gegenüber dem Nennstrom erhöhten Strom, begrenzt. Hier lässt sich das Drehmoment nur noch in geringem Umfang steigern. Zu berücksichtigen sind höhere im Rotor anfallende Eisenverluste, welche sich aufgrund der stationären und nicht mitrotierenden Erregung durch die Permanentmagnete ergeben. Während sich durch Einprägung eines feldschwächenden Stromes die Eisenverluste im Stator stark reduzieren lassen, ist dieser Einfluss im Bezug auf die im Rotor anfallenden Eisenverluste begrenzt [9]. Darüber hinaus fallen auch die Wirbelstromverluste in den Magneten im Stator relativ hoch aus, weshalb eine Segmentierung der Magnete erforderlich werden kann [10]. Diese mit der Drehzahl steigenden Verluste machen die Flux-Switching-Maschine für Hochdrehzahlanwendungen eher unattraktiv. Zudem neigen Flux-Swichting-Maschinen zu einem auffälligeren akustischen Verhalten als viele konventionelle Maschinen. Die Ursache hierfür ist in den dünnen Jochen und den starken elektromagnetischen Anregungen kleiner räumlicher Ordnungszahlen zu sehen. Dabei hängt das Ausmaß der akustischen Auswirkungen auch signifikant von der gewählten Topologie, d.h. der Anzahl an Stator- und Rotornuten, ab [11]. In [12] wird ein analytisches Modell zur Berechnung des akustischen Verhaltens und Möglichkeiten dieses über eine Anpassung der Jochdicke des Stators positiv zu beeinflussen angegeben.

2.2. Erweiterung der Drehfeldtheorie um Mehrphasigkeit und harmonische Effekte

Typischerweise werden elektrische Maschinen mithilfe der Drehmoment- und Spannungsgleichungen beschrieben. Häufig wird dabei ausschließlich eine Grundwellenbetrachtung vorgenommen. Dies mag für eine Vielzahl von Maschinen ausreichend sein und deren wesentliches Betriebsverhalten beschreiben. Im Falle von flussmodulierten Maschinen ist jedoch die genaue Analyse des Oberwellenspektrums erforderlich. Deshalb wird hier eine allgemeinere Beschreibungsform gewählt, die nachfolgend kurz skizziert und in den Unterkapiteln konkretisiert wird.

Abbildung 2.3 fasst die hier gewählte Beschreibungsform für eine rotierende Maschine zusammen: Ausgangspunkt ist die Spannungsgleichung im Zeitbereich (2.1), welche den elektrischen Kreis beschreibt.

$$\vec{U}_s(t) = R_s \cdot \vec{I}_s(t) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \vec{\Psi}(t)$$
(2.1)

Der zweite Teil dieser Gleichung beschreibt die Änderung des mit der Wicklung verketteten magnetischen Flusses $\Psi(t)$. Hier liegt offenbar implizit eine Verknüpfung mit dem magnetischen Kreis vor. Die Verbindung zwischen dem elektrischen und dem magnetischen Kreis wird über die Drehstromwicklung hergestellt. Diese kann mathematisch sehr effizient mithilfe der Wicklungsfunktion $\vec{N}(\varphi)$ beschrieben werden, welche im Kapitel 2.2.1 eingeführt wird. Sie übersetzt die Phasenströme in die Felderregerkurve $\Theta(\varphi, t)$, welche die über den Luftspalt abfallende magnetische Spannung beschreibt und im magnetischen Kreis Flüsse anregt.¹ Dabei wird vereinfachend angenommen, dass die über die Drehstromwicklung in den Magnetkreis eingebrachte Durchflutung einzig und allein über den Luftspalt als magnetische Spannung abfällt.

$$\Theta(\varphi, t) = \vec{N}^T(\varphi) \cdot \vec{I}_s(t) \tag{2.2}$$

Gleichung (2.3) beschreibt die Flussdichte im Luftspalt. $B_{\delta,f}(\varphi,t)$ ist eine durch weitere magnetische Erregungen, wie Permanentmagnete oder Erregerwicklungen, sich einstellende Flussdichte im Luftspalt, welche auch im stromlosen Fall der Drehstromwicklung auftritt. Ferner sind μ_0 die magnetische Feldkonstante und $\delta(\varphi)$ der magnetisch wirksame Luftspalt, welcher im Allgemeinen eine Funktion des Ortes ist. φ ist die Winkelkoordinate im Luftspalt, welche ortsfest zum Stator definiert ist.

$$B_{\delta}(\varphi, t) = \frac{\mu_0}{\delta(\varphi)} \cdot \Theta(\varphi, t) + B_{\delta, f}(\varphi, t)$$
(2.3)

Vereinfachend wird die Gültigkeit des Superpositionstheorems angenommen, wodurch eine Vernachlässigung von Sättigungseffekten impliziert wird. Integration der Luftspaltflussdichte $B_{\delta}(\varphi, t)$ und der noch einzuführenden Wicklungsfunktion über die

¹Synonyme für den Begriff Felderregerkurve sind Durchflutungsverteilung, magnetomotorische Kraft (MMK) oder Englisch magnetomotive Force (MMF)



Abbildung 2.3.: Framework der klassischen Maschinentheorie

Wirkfläche im Luftspalt (Mantelfläche des Rotors im Falle eines Innenläufers) ergibt den Vektor mit den verketteten Flüssen der einzelenen Stranggrößen $\vec{\Psi}(t)$.

$$\vec{\Psi}(t) = r_{si} \cdot l_e \cdot \int_{0}^{2\pi} \vec{N}(\varphi) \cdot B_{\delta}(\varphi, t) \,\mathrm{d}\varphi$$
(2.4)

Offenbar kommt der Wicklung eine doppelte Bedeutung zu: Auf dem *Hinweg* übersetzt sie den in ihr fließenden Strom in eine Durchflutungsverteilung, wodurch magnetische Felder angeregt werden und auf dem *Rückweg* übersetzt sie diese Felder wieder in den Flussvektor $\vec{\Psi}(t)$, dessen Ableitung nach der Zeit Spannungen ergibt, welche geeignet sind, im elektrischen Kreis Ströme anzuregen.

2.2.1. Definition der Wicklungsfunktion

Eine nützliche Hilfsfunktion zur Beschreibung der Wicklung stellt die Wicklungsfunktion dar. Sie lässt sich über eine geometrischen Anordnung mit einem konzentrischen Luftspalt, welcher beidseitig von magnetisch leitfähigem Material unendlich hoher magnetischer Leitfähigkeit umgeben wird, entwickeln. In diesem befinden sich stromführende Spulen. Die Herleitung erfolgt unter der Anwendung des Durchflutungsgesetzes sowie der Quellenfreiheit des magnetischen Feldes und kann [13] entnommen werden, weshalb hierauf an dieser Stelle verzichtet wird. Auch wenn die Annahmen, auf denen der Ansatz der Wicklungsfunktion beruht, auf den ersten Blick recht realitätsfern erscheinen mögen, so zeigt sich dennoch dass er bei Einführung entsprechender Korrekturfaktoren, wie z.B. des Carter-Faktos, bei der Beschreibung magnetischer Kreise weitreichende Gültigkeit aufweist. In diesem Abschnitt soll mithilfe der Wicklungsfunktion in (2.5) eine effiziente mathematische Beschreibungsform der Wicklung eingeführt werden. Die Wicklungsfunktion $N_m(\varphi)$ der *m*-ten Phase beschreibt die räumliche Verteilung der einzelnen Windungen, welche hier vereinfachend als konzentriert im Mittelpunkt einer jeden Nut *i* angenommen werden.

$$N_m(\varphi) = n_m(\varphi) - \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} n_m(\varphi) \,\mathrm{d}\varphi$$
(2.5)

Die hiefür benötigte Windungsfunktion entspricht:

$$n_m(\varphi) = \int_0^{\varphi} \sum_{i=1}^N \delta\left(\varphi - \varphi_i\right) \cdot n_{m,i} \,\mathrm{d}\varphi \tag{2.6}$$

Dabei ist $\delta(\varphi)$ das Dirac-Delta mit der Eigenschaft:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) \cdot f(x) \, \mathrm{d}x = f(0) \tag{2.7}$$