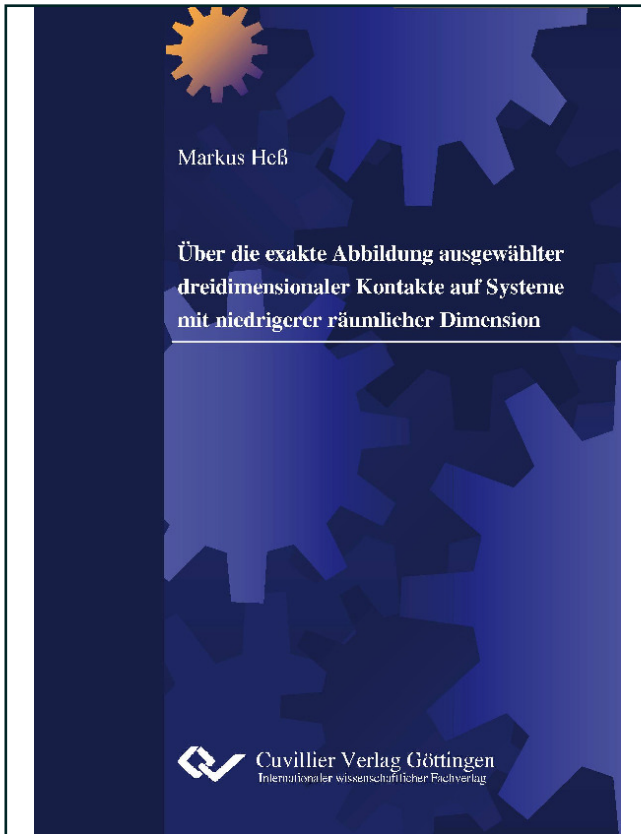




Markus Heß (Autor)

**Über die exakte Abbildung ausgewählter  
dreidimensionaler Kontakte auf Systeme mit  
niedrigerer räumlicher Dimension**



<https://cuvillier.de/de/shop/publications/292>

Copyright:

Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentzsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen,  
Germany

Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: [info@cuvillier.de](mailto:info@cuvillier.de), Website: <https://cuvillier.de>

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Stand der Forschung - Theorie und Anwendung . . . . .	1
1.1.1	Einzelkontakt . . . . .	1
1.1.2	Kontakt rauher Oberflächen . . . . .	3
1.1.3	Dimensionsreduktionsmethode . . . . .	4
1.2	Zielsetzung . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Abbildung des elastischen Kontaktes axialsymmetrischer Indenter beliebigen Profils mittels Dimensionsreduktion</b>	<b>9</b>
2.1	Dreidimensionales Kontaktproblem . . . . .	9
2.1.1	Grundgleichungen der Elastostatik . . . . .	10
2.1.2	Darstellung über Verschiebungsfunktion . . . . .	11
2.1.3	Lösung mittels HANKEL-Transformation für den axialsymmetrischen Fall . . .	13
2.1.4	Kontaktkraft und Eindrücktiefe bei einem Polynom $n$ -ten Grades als Formfunktion . . . . .	15
2.2	Eindimensionales Ersatzmodell . . . . .	16
2.2.1	Erkenntnisse aus Kontaktkraft und Eindrücktiefe nach SNEDDON . . . . .	16
2.3	Abbildung der Normalspannungsverteilung im Kontaktgebiet . . . . .	19
2.3.1	Kontaktspannungsverteilung in Abhängigkeit der 3D-Indentergeometrie . . .	20
2.3.2	Kontaktspannungsverteilung im analogen zweidimensionalen Fall . . . . .	22
2.3.3	Zweidimensionales Ersatzmodell – Abbildung von Kontaktspannungen . . . .	25
2.3.4	Eindimensionales Ersatzmodell – Abbildung von Kontaktspannungen . . . . .	27
2.4	Abbildung der Feldgrößen im Inneren des Halbraums . . . . .	32
2.4.1	Bedeutung der Forminvarianz ebener und axialsymmetrischer Systeme inklusive der Erweiterung auf raue Indenter . . . . .	33
2.4.2	Schnittstelle zum eindimensionalen Federmodell bei reinem Normalkontakt . .	37
2.4.3	Anwendung auf den elastoplastischen Normalkontakt . . . . .	40
2.5	Zusammenfassung zu einem vollständigen Algorithmus . . . . .	50

<b>3</b>	<b>Erweiterung der Reduktionsmethode zur Abbildung des adhäsiven Kontaktes</b>	<b>53</b>
3.1	Das vollständige Gleichungssystem nach SNEDDON – Einfluß der Starrkörpertranslation	53
3.1.1	1D-Reduktion des nicht-adhäsiven Halbraumkontaktes mit einem flachen zylindrischen Stempel . . . . .	54
3.1.2	Spannungen und Verschiebungen in der Nähe des Kontaktrandes – Analogie zum Rissspitzenfeld . . . . .	55
3.1.3	Verallgemeinerung der JKR-Theorie für beliebig geformte axialsymmetrische Oberflächenprofile . . . . .	55
3.2	Eindimensionales Ersatzmodell für den adhäsiven Kontakt . . . . .	60
3.2.1	Andruck- und Abziehvorgang – Abreißbedingung . . . . .	61
3.3	Anwendung des Korrespondenzprinzips auf den adhäsiven Kontakt . . . . .	62
3.3.1	Spannungen an der Oberfläche eines adhäsiven Kontaktes . . . . .	62
3.3.2	Vergleichsspannungen im Halbraum für den adhäsiven Kontakt eines Paraboloids	64
<b>4</b>	<b>Reduktionen auf Basis inhomogener ebener Medien – Graded Materials</b>	<b>67</b>
4.1	Selbstähnlichkeit und Gleichgewicht . . . . .	67
4.2	Halbebene mit einem mit der Tiefe $z$ veränderlichen $E$ -Modul . . . . .	68
4.2.1	GREEN-Funktionen für die linear-inhomogene Halbebene . . . . .	69
4.2.2	Abbildung <i>inkompressibler</i> elastischer Materialien in axialsymmetrischen Kontakten – <i>Anbindung an den Algorithmus der Dimensionsreduktion</i> . . . . .	72
4.3	Abbildung des Tangentialkontaktes zwischen Kugel und elastischem Halbraum . . . . .	76
4.3.1	Tangentialer Kugelkontakt mit partiellem Gleiten . . . . .	76
4.3.2	Tangentialkontakt zwischen starrem Zylinder und GIBSON-Medium . . . . .	77
<b>5</b>	<b>Isotropie elastischer Gittermodelle</b>	<b>83</b>
5.1	Klassifizierung ebener, elastischer Systeme . . . . .	84
5.2	Quadratisches Gitter und Isotropie . . . . .	85
5.2.1	Zentrale Wechselwirkungen zu ersten und zweiten Nachbarn . . . . .	85
5.2.2	BORN-Modell mit unabhängigen elastischen Parametern . . . . .	87
5.2.3	Rotationsinvariantes Modell . . . . .	90
5.2.4	MCA-Modell mit effektiver Bindungslänge . . . . .	92
5.2.5	Zur Randproblematik bei ebenen Systemen am numerischen Beispiel . . . . .	93
5.3	Räumliches Gittermodell mit effektiver Bindung . . . . .	95

<b>6</b>	<b>Kontaktsimulation mittels hierarchischer Gittermodelle</b>	<b>99</b>
6.1	Motivation . . . . .	99
6.1.1	Vollständiger Kontakt zwischen einer starren sinusförmigen Oberfläche und dem elastischen Halbraum . . . . .	99
6.1.2	Struktur hierarchischer Systeme . . . . .	101
6.2	Kontaktformulierung und Testfälle . . . . .	102
6.2.1	Vollständiger Kontakt mit sinusförmiger Oberfläche . . . . .	102
6.2.2	HERTZscher Kontakt . . . . .	104
6.3	Kontakt mit rauen Oberflächen . . . . .	106
6.3.1	Höhenprofil und Leistungsspektrum . . . . .	107
6.3.2	Selbstaffin fraktale Oberflächen . . . . .	107
6.4	Ergebnisse numerischer Simulationen mit selbstaffin fraktalen Oberflächen . . . . .	108
6.4.1	Kontaktfläche vs. Normalkraft bei verschiedenen Auflösungen . . . . .	109
6.4.2	Mittlerer Abstand der kontaktierenden Oberflächen und Topographie . . . . .	113
6.5	Ergebnisdiskussion . . . . .	115
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>117</b>
<b>A</b>	<b>Differenzialoperatoren und Integraltransformationen</b>	<b>121</b>
A.1	Differenzialoperatoren . . . . .	121
A.2	Integraltransformationen . . . . .	121
<b>B</b>	<b>Zum zweidimensionalen Kontaktproblem</b>	<b>125</b>
B.1	Herleitung der integralen Bestimmungsgleichungen für die Feldgrößen . . . . .	125
B.2	Lösung von Dualintegralgleichungen . . . . .	126
<b>C</b>	<b>Ergänzungen zum axialsymmetrischen Kontaktproblem</b>	<b>129</b>
C.1	Darstellung der realen Oberflächenverschiebung über verallgemeinerte LEGENDRE-Polynome . . . . .	129
C.2	Darstellung der Geometrie des Ersatzmodells über Wurzelglieder . . . . .	131
<b>D</b>	<b>Bruchmechanische Grundlagen</b>	<b>135</b>
D.1	Energiefreisetzungsrates und Bruchkriterium nach GRIFFITH . . . . .	135
D.2	Äquivalenz zum Konzept der Spannungsintensitätsfaktoren . . . . .	137
<b>E</b>	<b>Linienkontakt des inhomogenen elastischen Kontinuums</b>	<b>139</b>
<b>F</b>	<b>Kinematik und Dynamik hierarchischer Systeme</b>	<b>143</b>
F.1	Wechselwirkungen zwischen den Teilchen . . . . .	144
F.2	Wechselwirkungen mit der Oberfläche, Kontaktdefinition . . . . .	145
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>147</b>