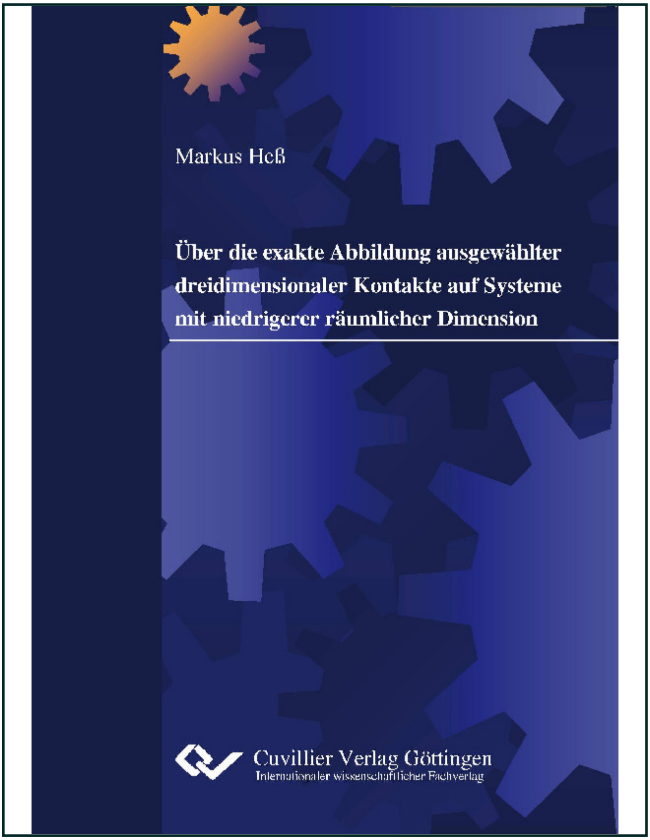
Markus Heß (Autor)

Über die exakte Abbildung ausgewählter dreidimensionaler Kontakte auf Systeme mit niedrigerer räumlicher Dimension



https://cuvillier.de/de/shop/publications/292

Kapitel 1

Einleitung

Als interdisziplinäre Wissenschaft vereint die Tribologie sämtliche naturwissenschaftliche Gebiete und stellt somit eines der schwierigsten und größten Forschungsfelder. Unzählige Anwendungsbereiche von der Nano- über die Mikro- und Makro- bis zur Megaskala unterstreichen dessen Notwendigkeit. Exemplarisch seien obiger Reihenfolge genügend die Rasterkraftmikroskopie, mikro-elektromechanische Systeme (MEMS), das chemisch-mechanische Polieren (CMP), Kupplungen und Bremsen, Gelenke, der Rad-Schiene-Kontakt und die Erdbebendynamik erwähnt. Die damit verbundenen Untersuchungen sind sowohl experimenteller als auch theoretischer Natur, wobei letzteren eine immer größere Bedeutung zukommt. Um den Einfluss von Änderungen in den Systemparametern tribologischer Systeme zu studieren, kann nicht jedes mal ein neues, aufwendiges Experiment erfolgen. An dessen Stelle tritt die numerische Simulation basierend auf theoretischen Überlegungen, die im Rahmen der Optimierung von Tribosystemen umfangreiche Parameterstudien zulässt.

Zentrum der Analyse einer jeden tribologischen Problemstellung bildet die Untersuchung des Kontaktzustandes. Insbesondere sind Kenntnisse über die Größe und Topographie der sogenannten realen Kontaktfläche von großer Bedeutung, denn sie bestimmen nicht nur die Dichtheit einer Verbindung, sondern auch den elektrischen und thermischen Widerstand. Nicht zuletzt finden Reibungs- und Verschleißvorgänge in erster Linie in der realen Kontaktfläche statt. Die vorliegende Arbeit betrachtet Tribosysteme aus kontaktmechanischer Sicht, bedient sich dabei hauptsächlich der klassischen Elastizitätstheorie. Nachfolgend wird ein kleiner Abriss über wesentliche diese Arbeit betreffende und die Kontaktmechanik prägende Literatur gegeben, zum Teil mit wichtigen Anmerkungen versehen. Jene sind als Schnittstellen zum eigentlichen Vorhaben zu verstehen, welches im anschließenden Kapitel im Detail erläutert wird. Hier sei lediglich vorweggenommen, dass es um die *exakte Abbildung dreidimensionaler Kontakte auf Systeme mit niedrigerer räumlicher Dimension* geht – die Betonung liegt dabei auf „*exakt*".

Für genauere Übersichten zur Kontaktmechanik mit umfassenden Literaturangaben werden dem Leser die Werke von Gladwell [39], Johnson [53], Maugis [66], Barber [6] und Popov [91] nahegelegt.

1.1 Stand der Forschung - Theorie und Anwendung

1.1.1 Einzelkontakt

Die klassische Kontaktmechanik beginnt mit dem Beitrag von Hertz [45], der 1882 die Lösung für den Normalkontakt zweier elastischer Körper mit glatten, gekrümmten Oberflächen vorstellte.

Er lieferte sowohl die Zusammenhänge für Normalkraft P, Eindrücktiefe δ und Kontaktradius a als auch die Kontaktspannungsverteilung.

Grundlage des Superpositionsprinzips zur Berechnung der Spannungen $\mathbf{S}$ und Verschiebungen $\mathbf{u}$ innerhalb eines durch verteilte Oberflächenlasten beanspruchten elastischen Halbraums bilden die sogenannten GREEN-Funktionen. Das sind die entsprechenden Felder, welche aus einer Normalkraft P bzw. Tangentialkraft Q resultieren und deren Berechnung auf BOUSSINESQ [13] und CERRUTI [24] zurückgeht. Diese in den Jahren 1885 bzw. 1882 entwickelten Fundamentallösungen sagen einen für dreidimensionale Problemstellungen charakteristischen Abfall der Spannungen $\sigma_{ij} \sim 1/r^2$ voraus. Ebene Systeme zeigen hingegen ein anderes Verhalten. FLAMANT [28] untersuchte 1892 den *linienförmigen Kontakt*, der einen ebenen Verzerrungszustand (EVZ) hervorruft und bei jenem die Spannungen gemäß $\sigma_{ij} \sim 1/r$ abklingen. Zwei- und dreidimensionale Kontakte sind demnach grundsätzlich differenziert zu betrachten. Ein Teil dieser Arbeit behandelt die Fragestellung, inwieweit Brückenschläge zwischen beiden möglich sind, die dann äußerst gewinnbringend in numerischen Simulationsverfahren umgesetzt würden.

Aufbauend auf den Ergebnissen von HERTZ gelang HUBER [48] 1904 die explizite Berechnung des Spannungsfeldes im Inneren der Körper, dessen Kenntnis wesentliche Aussagen über den Fließbeginn zulässt. Entsprechendes für die Indentierung des Halbraums durch einen starren konischen Indenter geht auf SNEDDON [106] zurück (1948); das eigentliche Kontaktproblem wurde bereits 1939 von LOVE [65] gelöst.

Zeitgleich veröffentlichte STEUERMANN [113] einen Beitrag zum *konformen Kontakt*, der im Vergleich zum *kontraformen Kontakt* von HERTZ eine genauere Abbildung der Oberflächenform verlangt. SEGEDIN [103] lieferte 1957 die Beziehung zwischen Normalkraft und Eindrücktiefe unter Berücksichtigung der exakten Kugelform. Die von SNEDDON [107] zur Lösung des Halbraumkontaktes mit einem beliebig geformten Indenter axialsymmetrischen Profils 1965 herangezogenen Integraltransformationen, sollen auch in dieser Arbeit einen zentralen Platz einnehmen. In Verbindung mit der von PHARR et. al [88] erst 1992 nachgewiesenen und für alle axialsymmetrischen Indenterformen geltenden *universalen Kontaktsteifigkeit*

$$\frac{dP}{d\delta} = 2\tilde{E}a$$

stellen seine Resultate einen Meilenstein in den Werkstoffwissenschaften. Sie dienen noch heute der Bestimmung des Elastizitätsmoduls bei *Härteprüfverfahren* im elastoplastischem Regime und gelten näherungsweise für die standardisierten VICKERS- und BERKOVICH-Indenter. Wesentlich ist obiger Zusammenhang aber noch aus einem ganz anderen Blickwinkel, denn es besteht eine direkte Analogie zu Eindruckversuchen in die sogenannte (eindimensionale) WINKLER-Bettung. Jene ist Grundlage einer modernen, äußerst effektiven Kontakt- und Reibungstheorie[1] – dazu später mehr.

Deutlichen Anteil an der theoretischen Entwicklung des *Tangentialkontaktes* besitzt MINDLIN [71], dem wir u.a. das Überlagerungsprinzip zur Spannungsberechnung im Falle von partiellem Gleiten verdanken.[2]

Möglichst verschleißbeständige Oberflächen werden häufig aus *inhomogenen elastischen Materialien* gefertigt, weshalb auch dieser Bereich zur aktuellen Forschung gehört [34]. Wichtige Beiträge das Verhalten inhomogener elastischer Materialien betreffend stammen zum Großteil aus der Geomechanik. Besonders erwähnenswert sind die um 1970 entstandenen mit dem Namen GIBSON verbundenen Veröffentlichungen [35, 36, 37, 5]. Speziell der linear-inhomogene, inkompressible Halbraum trägt

[1] Diese Theorie wurde im Fachgebiet Systemdynamik und Reibungsphysik der TU-Berlin unter der Leitung von Prof. V.L. POPOV entwickelt und ist Gegenstand aktueller Forschung.

[2] In diesem Kontext ist auch CATTANEO zu erwähnen. CATTANEO 1938 und MINDLIN 1949 sollen diese Technik unabhängig voneinander gefunden haben.

verdient seinen Namen: „GIBSON-*Medium*". Ihn kennzeichnen zwei besondere Merkmale, die u.a. für Reduktionszwecke von Bedeuteung sein können:
Bei seiner Beanspruchung durch eine konstante streifenförmige bzw. axialsymmetrische Normaldruckverteilung ergeben sich

1. exakt die gleichen Spannungen wie im homogenen elastischen, inkompressiblen Halbraum,[3]
2. bleiben die Normalverschiebungen überall endlich! An der Oberfläche sind die Normalverschiebungen direkt proportional zur Normaldruckverteilung, verschwinden damit außerhalb des Kontaktgebietes – der Halbraum reagiert als WINKLER-Bettung!

GREEN-Funktionen für den inhomogenen Halbraum mit tiefenabhängigem E-Modul gemäß $E \sim z^{\alpha}$ für $0 < \alpha < 1$ leiteten BOOKER et al. [9] um 1985 her. Aktuelle Übersichten der bereits untersuchten Inhomogenitäten geben WANG et al. [117] und SELVADURAI [104] an.

Gleichwohl die von HERTZ entwickelten Lösungen für den elastischen Kontakt zweier Körper mit gekrümmten Oberflächen bereits über ein Jahrhundert bekannt sind, ließ die Erweiterung auf den *Kontakt mit Adhäsion* lange auf sich warten. Erst 1971 präsentierten JOHNSON, KENDALL und ROBERTS [55] eine Theorie – die JKR-Theorie –, die sich bis heute bewährt hat und primär Anwendung findet.[4] In Verbindung mit den von MAUGIS et al. [70, 67, 68, 69] gefundenen Analogien zur *Bruchmechanik* ist die vorliegende Arbeit auf die JKR-Theorie eingeschränkt. In der Mikrosystemtechnik ist das Verstehen der Adhäsion grundlegend. Durch die voranschreitende Miniaturisierung von Bauteilen sowie immer glatteren Flächen erlangen Adhäsionseinflüsse große Bedeutung. Die Möglichkeit der Herstellung äußerst glatter Oberflächen verdanken wir dem großen Fortschritt im Bereich der Oberflächenbearbeitung, die dadurch auch wesentlich zur Entwicklung in der Computertechnologie beitrug/beiträgt; als Beispiel sei das chemisch-mechanische Polieren genannt, mit dessen Hilfe die Speicherkapazität von Festplatten stark erhöht wurde. Adhäsion spielt des Weiteren in der biologischen Mikrotribologie eine zentrale Rolle. Entscheidende Studien über die Haftmechanismen von Geckos sowie besonderer Insekten stammen erst aus diesem Jahrtausend [101, 31, 30, 111]. Man will von der Natur lernen, um so neuartige Materialien und Strukturen für industrielle Anwendungen zu schaffen.

1.1.2 Kontakt rauer Oberflächen

Die vorausgegangenen Theorien bezogen sich hauptsächlich auf den Einzelkontakt. In der Realität besitzen jedoch selbst hochpolierte Festkörperoberflächen Rauigkeiten, wenn man die Skala entsprechend klein wählt. Wie wichtig die Kenntnis der aus einer Vielzahl von Mikrokontaktflächen bestehenden realen Kontaktfläche ist, wurde eingangs erwähnt. Ihr Einflussbereich reicht beispielsweise vom Wärme- und Stofftransport über die Dichtheit einer Verbindung, den elektrischen Widerstand, bis hin zum Verschleiß.

Viele Kontakttheorien basieren auf den Einzelkontakt von HERTZ. In der Pionierarbeit von ARCHARD [4] 1957 ist eine Art fraktales Modell zu finden. ARCHARD füllte eine makroskopisch sphärische Kugelkappe vollständig mit kleineren auf, die dann wiederum mit noch kleineren besetzt wurde. Je weiter er diesem Mechanismus folgte, desto näher kam er einer Proportionalität von Normalkraft P und realer Kontaktfläche A_{real}. Solche wurde bereits 1939 von BOWDEN und TABOR [14] festgestellt, weshalb sie annahmen, dass sämtliche Mikrokontakte plastisch verformt seien. Dass dieser Zusammenhang (im Bereich kleiner Normalkräfte) aber ebenso für den elastischen Kontakt Gültigkeit besitzt, ist Ergebnis der meisten Kontakttheorien. Das auf das Jahr 1966 datierte Modell von

[3] Ein Teil dieser Erkenntnis geht auf LEKHNITSKII [63] zurück.
[4] Streng genommen ist sie gültig für große, weiche Kugeln [54].

Greenwood und Williamson [40] liefert bis auf einen schwachen logarithmischen Faktor jene Relation. Die Autoren modellierten die raue Oberfläche durch Kugelkappen mit gleichem Krümmungsradius, deren Höhen einer Normalverteilung nach Gauss genügte. Bush, Gibson und Thomas [18] konnten mit ihrer Theorie 1975 erstmalig eine strikte Linearität zwischen Normalkraft und Kontaktfläche für kleine Normalkräfte nachweisen. Gegenüber dem Greenwood-Williamson-Modell näherten sie die Rauheitshügel durch Kappen unterschiedlicher Krümmung an. Speziell die Abhängigkeit des Quotienten P/A_{real} von der mittleren quadratischen Steigung der Oberfäche und dem effektiven elastischen Modul unterscheidet sich nur um einen konstanten Faktor von der das letzte Jahrzehnt prägenden Theorie von Persson [82, 86, 83]. Diese berücksichtigt Rauigkeiten auf verschiedenen Skalen und wird häufig auf selbstaffine Oberflächen angewendet. War sie anfangs noch auf die Berechnung der realen Kontaktfläche für (visko-)elastische Materialien fixiert, so können heute Adhäsion, Dichtheit, Schmierung, Wärmetransport und vieles mehr abgebildet werden [83, 84, 87].

In jüngster Vergangenheit hat sich eine weitere auf einem revolutionären Ansatz beruhende Kontakttheorie herausgebildet, die sogenannte *Dimensionsreduktionsmethode.* Getreu der Namensgebung aller oben genannten Theorien, müsste sie eigentlich *Theorie von* Popov heißen. Sie steht im Fokus der vorliegenden Arbeit und wird im nächsten Abschnitt kurz erläutert.

1.1.3 Dimensionsreduktionsmethode

Grundgedanke und zugleich Ursprung der *Dimensionsreduktionsmethode* ist die Tatsache, dass die globalen Relationen zwischen Normalkraft P, Eindrücktiefe δ und Kontaktradius a für den Hertzschen Kontakt einer Kugel mit dem elastischen Halbraum ebensogut aus einem *eindimensionalen Modell* hervorgehen. Wie eingangs erwähnt, verhält sich die *dreidimensionale Kontaktsteifigkeit* proportional zum Radius des Kontaktes, eine Eigenschaft, die für eine eindimensionale Winkler-Bettung charakteristisch ist.[5] Lediglich eine Modifizierung der Stempelgeometrie ist erforderlich; der Krümmungsradius des zylindrischen Stempels ist halb so groß wie im Original zu wählen. Ähnliche Analogien bestehen zwischen der tangentialen 3D-Steifigkeit und der Quersteifigkeit der Federn einer Winkler-Bettung.

Das eigentliche Ziel der Methode liegt in der Simulation des Reibkontaktes rauer Oberflächen unter Berücksichtigung ihrer Mehrskaligkeit. Dabei werden die gängigen Annahmen Quasistationarität sowie die Betrachtung der potenziellen Energie als lokale und der kinetischen Energie als globale Größe vorausgesetzt [94]. Desweiteren werden die einzelnen Mikrokontakte als unabhängig voneinander betrachtet.[6] Die Erweiterung erfordert allerdings noch eine Umrechnungsformel zwischen zwei- und eindimensionalem Leistungsspektrum der Rauheiten, so dass die Kontakteigenschaften identisch sind. Diese geht auf Geike [32] zurück. In seinen numerischen Simulationen tritt an die Stelle des dreidimensionalen, elastischen Halbraums mit einer rauen zweidimensionalen Oberfläche lediglich eine eindimensionale Federschicht mit entsprechend modifizierter *rauer (Oberflächen-)Linie.* Trotz der enormen Einsparung an Freiheitsgraden und damit verbundener Rechenzeit, erzielte er hervorragende Resultate.

Die Erweiterung der Reduktionsmethode auf *viskoelastische* und *elastoplastische Materialien* bzw. auf *geschmierte Kontakte* einschließlich *Kavitation* ist ohne weiteres möglich [91]. In [33] wird sogar eine einfache Möglichkeit vorgestellt, wie man auf die Kontaktspannungsverteilung schließen kann. Eine effiziente Abbildung des *adhäsiven Kontaktes* ist noch nicht geglückt.

[5] Anstelle des Kontaktradius tritt die Kontakthalbbreite.

[6] Sowohl die Theorie von Greenwood und Williamson als auch die von Bush und Gibson enthalten diese Annahme!