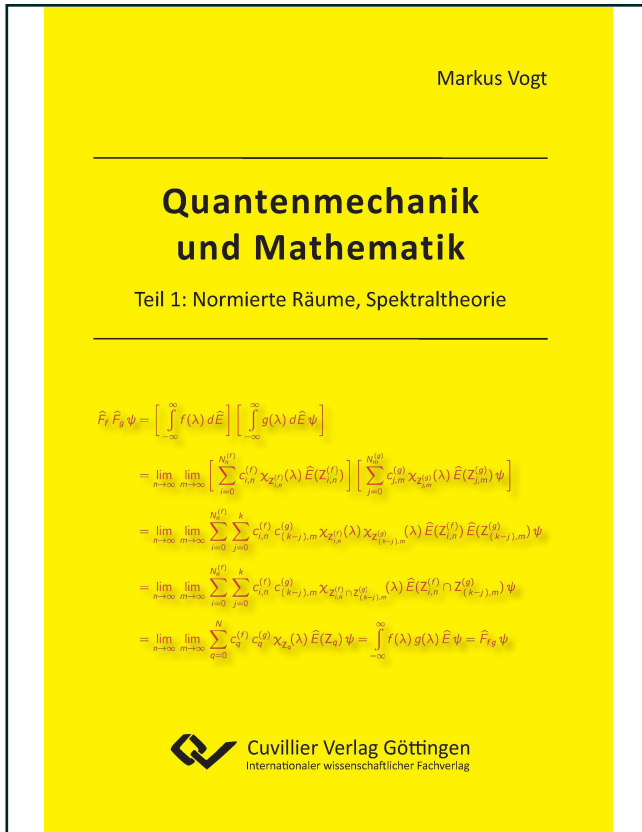




Markus Vogt (Autor)
Quantenmechanik und Mathematik
 Teil 1: Normierte Räume, Spektraltheorie



<https://cuvillier.de/de/shop/publications/6513>

Copyright:
 Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen,
 Germany
 Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: info@cuvillier.de, Website: <https://cuvillier.de>



Inhaltsverzeichnis

Vorwort	4
Einleitung	6
1 Mathematische Grundlagen	9
1.1 Elementare Topologie	9
1.1.1 Notationen und Begriffe aus der Mengenlehre	10
1.1.2 Offene Mengen	11
1.1.2.1 Topologische Räume	11
1.1.2.2 Umgebungen	12
1.1.2.3 Kompaktheit	14
1.1.2.4 Konvergenz und Stetigkeit	16
1.1.3 Topologie metrischer Räume	18
1.1.3.1 Metrische Topologien	18
1.1.3.2 Kurze Einführung in die Epsilontologie	20
1.2 Grundbegriffe der Maß- und Integrationstheorie	22
1.2.1 Maße und Meßbarkeit	23
1.2.2 Integrale und integrierbare Funktionen	33
2 Vektorräume	42
2.1 Einige Grundbegriffe aus der linearen Algebra	42
2.1.1 Algebraische Strukturen	43
2.1.1.1 Gruppen, Ringe, Körper	43
2.1.1.2 Moduln und Vektorräume	44
2.1.2 Linearkombinationen und Erzeugendensysteme	47
2.2 Topologische Vektorräume	50
2.2.1 Einleitende Betrachtungen	50
2.2.2 Lokalkonvexe Räume	52
2.2.3 Banachräume	56
2.2.3.1 Normierte Räume	56
2.2.3.2 Definition und Beispiele für Banachräume	57
2.2.3.3 Unendliche Reihen	61
2.2.3.4 Lineare Abbildungen	68



2.2.3.5	Kompakte Abbildungen	80
2.2.3.6	Unbeschränkte lineare Abbildungen	86
2.2.3.7	Lineare Funktionale	87
2.2.3.8	Basen in Banachräumen	99
2.2.3.9	\mathcal{L}^p -Räume	116
2.2.3.10	ℓ^p -Räume	158
2.2.3.11	Orthogonalität in Banachräumen	175
2.3	Hilberträume	182
2.3.1	Definition und erste Eigenschaften	182
2.3.2	Wann sind Banachräume Hilberträume?	188
2.3.3	Vollständige Orthonormalsysteme	199
2.3.4	Einige Beispiele	210
2.3.4.1	\mathcal{L}^2 -Räume	211
2.3.4.2	ℓ^2 -Räume	212
2.3.4.3	Fastperiodische Funktionen	213
3	Operatoren auf Hilberträumen	215
3.1	Einige Grundbegriffe	215
3.2	Lineare Operatoren	217
3.2.1	Symmetrische Operatoren	219
3.2.2	Normale und selbstadjungierte Operatoren	222
3.2.3	Orthogonale Projektoren	239
3.2.4	Kompakte Operatoren	243
3.2.5	Unitäre Operatoren	246
4	Ein wenig Spektraltheorie	251
4.1	Eigenwerte und Eigenvektoren	251
4.2	Die Resolvente	252
4.2.1	Definition und grundlegende Eigenschaften	252
4.2.2	Der Funktionalkalkül	255
4.2.3	Singularitäten der Resolvente	259
4.3	Spektren linearer Abbildungen	261
4.3.1	Einige vorbereitende Bemerkungen	261
4.3.2	Beschränkte Abbildungen	264
4.3.3	Kompakte Abbildungen	268
4.3.4	Selbstadjungierte Operatoren	272
4.4	Der Spektralsatz	281
4.4.1	Der Spektralsatz für kompakte Operatoren	281
4.4.1.1	Spektraldarstellung kompakter Operatoren	281
4.4.1.2	Schmidt-Darstellung	285
4.4.1.3	Die Spur	300
4.4.1.4	Unendliche Determinanten	310
4.4.2	Der Spektralsatz für unbeschränkte Operatoren	318



INHALTSVERZEICHNIS

3

4.4.2.1	Spektralscharen	319
4.4.2.2	Spektralzerlegung selbstadjungierter Operatoren	322
4.4.2.3	Funktionen von Operatoren	342
4.4.2.4	Spektralmaße und Spektralintegrale	344
4.4.2.5	Spektralzerlegung normaler Operatoren	351
4.4.2.6	Unitäre Äquivalenz und Multiplikationsoperatoren	371
4.4.2.7	Diskrete, absolut stetige und singuläre Spektren	382
4.4.3	Der Spektralsatz für unitäre Operatoren	389
4.4.3.1	Spektralzerlegung unitärer Operatoren	389
4.4.3.2	Stark stetige unitäre Gruppen	392
	Symbolverzeichnis	411
	Literaturverzeichnis	415